

Cos'è un lock-in? a che cosa serve? come costruirne uno?

(Pervenuto il 6.07.93 approvato il 29.01.94)

ABSTRACT

A short description of the lock-in technique gives an idea of the working principle of these useful devices, that are spreadly used in weak signals detection, but rarely treated in introductory courses. Simple and cheap circuits, that may be easily assembled by the student are suggested, as a practical approach to this powerful technique.

1) Introduzione

Il progresso della tecnologia e della scienza negli ultimi decenni è stato sempre più spesso accompagnato da uno sforzo teso ad aumentare la precisione delle misure, e ciò ha indotto lo sperimentatore a ricercare nuovi metodi per ridurre le cause d'errore.

Il lock-in è un tipo di strumento (sarebbe forse più esatto dire un metodo di manipolazione di segnali) che negli anni più recenti ha conquistato praticamente tutti i settori ove si richiede una precisione spinta nella misura, ma non compare ancora descritto in quasi nessun testo didattico. Per questo motivo ci è sembrato utile offrire qui una descrizione essenziale di questa tecnica, che risulta in molti casi insostituibile, mostrando anche, attraverso semplici esempi di circuiti che chiunque può costruire da sé, come non sia poi tanto difficile usarla.

Questo articolo è rivolto a due categorie di lettori: da un lato (§2 -> §7) a coloro che, completamente sprovvisti di conoscenze in elettronica, siano solo interessati a sapere che cos'è un lock-in e a che cosa serve, e dall'altro (§8 - §9) agli appassionati di elettronica che, non volendo o potendo affrontare gli elevati costi dei modelli commerciali di questo strumento, vogliano provare a costruirne uno che unisca i pregi di una discreta "performance" a quello di un costo trascurabile.

2) Segnali e loro scomposizione in serie di Fourier

Un *segnale* è una qualsiasi grandezza fisica che possa essere utilizzata per trasferire informazione: tale grandezza può essere costante durante l'intervallo di osservazione, o modulata, e in questo secondo caso può essere periodica o aperiodica, analogica o digitale.

Gli esempi che si possono fare sono numerosissimi: segnali acustici (onde di pressione), segnali ottici (intensità di illuminazione, successione di intervalli di luce e buio, direzione del piano di polarizzazione), segnali elettrici (modulazione in

corrente, in tensione, in frequenza)... Per restare nell'ambito dei soli segnali elettrici di tensione, senza con questo perdere di generalità, dato che è sempre possibile convertire un segnale di altro tipo in una differenza di potenziale elettrico, possiamo distinguere tra segnali analogici in tensione continua, detti anche segnali d.c., o modulati nel tempo in modo continuo, detti anche segnali a.c., e segnali che assumono invece solo valori discreti di tensione (tipicamente due), detti segnali digitali.

Per i segnali digitali ciò che trasporta l'informazione è la sequenza dei valori discreti, informazione che non va persa se tali valori sono affetti da un piccolo errore, almeno finché il rivelatore del segnale resta in grado di distinguere tra i due valori diversi.

Per i segnali analogici l'informazione è invece in gran parte contenuta nella *forma* del segnale, che può essere più facilmente distorta dalla presenza di un segnale di disturbo (rumore).

Il "*rumore*" può quindi essere definito come un segnale, non originato dalla sorgente che ci interessa, che si sovrappone a quello che vogliamo rivelare, talvolta oscurandolo completamente: si parla in questo caso di valore troppo piccolo del rapporto segnale/rumore (S/N , o *signal to noise ratio*).

Per vedere la questione un po' meglio si deve però caratterizzare il segnale non solo in termini di ampiezza, ma anche in termini di frequenza. Si deve cioè prendere in considerazione la sua dipendenza dal tempo.

Consideriamo innanzitutto un segnale periodico, tale cioè che si ripete dopo un certo intervallo di tempo T , detto periodo (un segnale aperiodico può sempre essere visto come segnale periodico con periodo infinito). Un segnale semplice di questo tipo è quello sinusoidale: $V(t) = V_M \sin \omega t$, ove V_M è l'ampiezza e $\omega = 2\pi/T$ la pulsazione ($\omega = 2\pi f$, ove $f = 1/T$ è la frequenza).

Poiché l'analisi matematica ci permette di scomporre una funzione periodica di qualsiasi tipo in una somma di un numero (finito o infinito) di

termini sinusoidali di opportune ampiezze e frequenze (teorema di Fourier), possiamo sempre pensare ad un segnale qualsiasi come costituito dalla sovrapposizione delle sue componenti sinusoidali (1).

Un diagramma che riporta sull'ascissa la frequenza e sull'ordinata l'ampiezza delle componenti di Fourier viene detto *spettro* del segnale. Ad esempio lo spettro di un segnale che riproduce fedelmente il suono di un diapason sarà composto essenzialmente da una riga centrata sulla frequenza fondamentale del diapason, mentre un segnale prodotto dalla mia voce che legge queste righe avrà uno spettro molto più complicato, con una distribuzione abbastanza estesa sulle frequenze udibili.

Se registro contemporaneamente la mia voce ed il suono del diapason, il segnale risultante è la somma dei due, e io posso considerare alternativamente l'uno o l'altro come rumore. Se ora volessi "pulire" il segnale del diapason dal "rumore" della mia voce dovrei rimuovere tutte le componenti a frequenza inferiore e superiore a quella della risonanza meccanica del diapason dovrei cioè passare il segnale attraverso un filtro passa-banda. Viceversa se voglio eliminare dalla registrazione il suono del diapason, visto ora come disturbo devo passare il segnale attraverso un filtro arresta-banda, che rimuove solo la frequenza fondamentale del diapason, lasciando praticamente intatto il suono della mia voce.

3) I filtri tradizionali e i loro limiti

Un filtro è un circuito elettrico dotato di *funzione di trasferimento* $W(\omega)$ che dipende dalla frequenza. Per funzione di trasferimento si intende il rapporto (2) tra segnale di uscita V_u e segnale di ingresso V_i . In generale se il filtro è costituito solo da componenti passivi (resistenze, capacità e induttanze) la funzione di trasferimento ha valori compresi tra zero e uno cioè può solo *attenuare* il segnale. Se si utilizzano nel filtro anche componenti attivi (amplificatori) si può avere $W(\omega) > 1$.

Un filtro passivo reale può essere descritto in modo approssimativo dal corrispondente filtro ideale in cui $W(\omega)$ assume solo i valori zero e uno: in tal caso si definisce come banda passante (3) l'intervallo di frequenza in cui $W(\omega) = 1$, e come banda oscura l'intervallo di frequenze in cui $W(\omega) = 0$.

I filtri passivi reali vengono approssimati dal corrispondente filtro ideale ponendo $W = 0$ nella zona di frequenze in cui $W(\omega) < 0.7 = 1/\sqrt{2}$ (banda scura) e $W = 1$ nella zona di frequenze in cui $W(\omega) > 1/\sqrt{2}$ (banda passante), cioè si approssima la zona di transizione tra grandi e piccole attenuazioni con un segmento verticale.

In base alla forma di $W(\omega)$ si possono distinguere i filtri passa-basso, passa-alto, passa-banda e arresta-banda (figura 1).

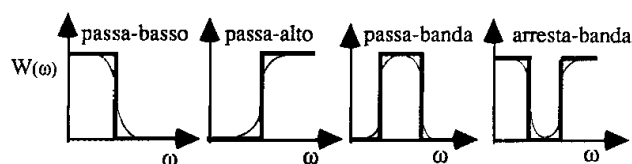


Fig. 1 - Funzione di trasferimento reale e ideale (in grassetto per i quattro filtri principali).

Sempre in questa schematizzazione possiamo definire come *fattore di qualità* dei filtri passa-banda e arresta-banda il rapporto $Q = \omega_0/(\omega_2 - \omega_1) = f_0/(f_2 - f_1)$ tra la *frequenza centrale* f_0 e la *larghezza di banda* definita dalla differenza $f_2 - f_1$ tra le due frequenze di transizione. È ovvio che, tanto più elevato è il Q , tanto più selettivo è il filtro, sia nel trasmettere solo il segnale attorno a f_0 , che nell'eliminare solo il segnale attorno a f_0 .

I *filtri selettivi* ideali hanno larghezza di banda nulla, ovvero $Q = \infty$, e la forma della loro funzione di trasferimento è un segmento verticale centrato su ω_0 .

Se abbiamo allora un segnale debole puramente sinusoidale, che è mascherato da un elevato rumore distribuito su una larga banda di frequenze, e vogliamo misurare con precisione l'ampiezza del segnale, possiamo tentare di utilizzare un filtro passa-banda sintonizzato sulla frequenza da rilevare, e dotato di un Q molto elevato. Per $Q \rightarrow \infty$ l'ampiezza del rumore residuo, cioè il rumore a frequenze inferiori e superiori a quella del segnale, tende a zero all'uscita del filtro, così che il debole segnale può essere amplificato e rivelato.

In pratica però il valore massimo del fattore di qualità che può essere convenientemente usato è limitato da diverse cause. Uno dei principali problemi che sorgono è quello della stabilità: se la banda diventa molto stretta, un piccolo spostamento della frequenza centrale (dovuto alla sensibilità dei componenti a fattori esterni, quali temperatura, invecchiamento...), o una piccola variazione della frequenza del segnale rispetto a quella cui il filtro è sintonizzato, fanno scomparire il segnale all'uscita. Tipicamente le cose si fanno complicate per $Q > 100$, il che significa che il filtro non è in grado di eliminare le componenti del rumore le cui frequenze distano meno dell'1% dalla frequenza del segnale.

4) Un filtro particolare: il lock-in

Una soluzione alternativa al problema appena illustrato può essere rappresentata da un particolare filtro che ha la caratteristica di essere "agganciato" al segnale da rivelare. Si tratta del cosiddetto "lock-in" o rivelatore a sensibilità di fase (PSD = *Phase Sensitive Detector*).

Diciamo subito che per poter impiegare il rivelatore a sensibilità di fase è necessario disporre di un *segnale di riferimento* che abbia esattamente la

stessa frequenza del segnale da rivelare. Un segnale di riferimento che risponda a questa caratteristica è più facilmente disponibile di quanto possa sembrare a prima vista. Spesso infatti il segnale debole da rivelare nasce come risposta di un sistema fisico ad un segnale di eccitazione: quando tale risposta è sincrona, come accade nella maggior parte dei casi, il segnale di eccitazione può essere usato come un segnale di riferimento nel lock-in.

Inoltre all'uscita del lock-in non si riproduce, come per il filtro sintonizzato, il segnale sinusoidale fornito all'ingresso, più o meno ripulito dal rumore, ma una *tensione continua* la cui ampiezza è proporzionale all'ampiezza del segnale da rivelare. Questo non è tuttavia un limite importante, perché nel caso in questione l'informazione cercata non è contenuta nella forma del segnale ma proprio nella sua ampiezza.

Il vantaggio essenziale del lock-in è che esso consente di ottenere con facilità una eliminazione di componenti del rumore che distano in frequenza dal segnale meno di una parte su 100.000, cioè si possono ottenere Q dell'ordine di 10^5 anche a frequenze molto basse, zona in cui i filtri sintonizzati tradizionali diventano molto costosi e inefficaci. Nel lock-in gli effetti dell'instabilità dei valori dei parametri del circuito (dovuta a variazioni della temperatura, a invecchiamento...) sono trascurabili: ciò che può risultare leggermente modificato è infatti solo il valore del Q ma non la sintonia del filtro.

5) Un lock-in costituito da un interruttore sincrono e integratore

Consideriamo innanzitutto un segnale puramente sinusoidale $V_S = V_{SM} \sin(\omega_0 t)$ si pulsazione ω_0 , di cui si voglia rivelare con precisione l'ampiezza V_{SM} . Supponiamo anche che questo segnale "debole" sia mascherato da un rumore V_N il cui spettro di frequenze, distribuito su larga banda, abbia componenti la cui ampiezza sia molto maggiore dell'ampiezza del segnale da rivelare: in questo caso si usa dire che il rumore "maschera" il segnale, o che "il rapporto segnale rumore" è molto piccolo.

Un segnale "rumoroso", può dunque essere visto come la sovrapposizione $V_S + V_N$ di un segnale "puro" V_S e del "rumore" V_N .

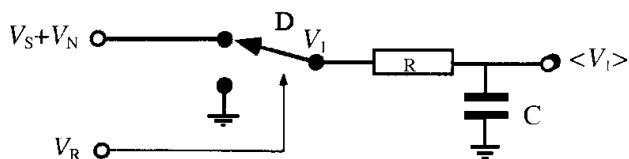


Fig. 2 - Il lock-in con deviatore sincrono

Come indicato nello schema di figura 2, applichiamo la sovrapposizione di V_S e V_N all'ingresso di un filtro R-C passa-basso, attraverso un deviatore D che sia comandato, mediante un opportuno segnale

di riferimento V_R *sincrono* con V_S , in modo che D sia chiuso sul segnale durante la semionda positiva di V_S e posto a massa durante quella negativa. La forma del segnale prima ($V_S + V_N$) e dopo (V_I) il deviatore è schematizzata in figura 3a, dove si è messa in evidenza anche la forma del segnale V_S , che in realtà è nascosta dal rumore. Dopo il filtro la tensione è $\langle V_I \rangle = V_{SM}/\pi$ perché il valore medio V_N è nullo (4), nell'ipotesi che il rumore non abbia componenti sincrone con V_S .

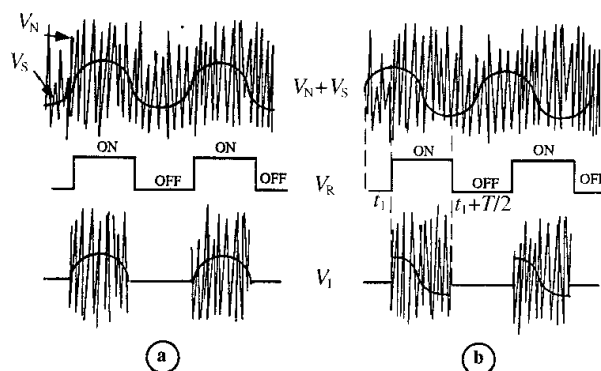


Fig. 3 - Segnale e rumore prima e dopo il deviatore sincrono

Se poi il deviatore è comandato, sempre in sincronia con V_S , ma con un certo ritardo t_1 (o sfasamento $\Phi = \omega_0 t_1$) rispetto a V_S , il rumore è ancora mediato a zero, ma la tensione all'uscita $\langle V_I \rangle$ dipende, oltre che dalla ampiezza V_{SM} , anche dallo sfasamento Φ . La situazione può essere rappresentata come in figura 3b, e il valore medio fornito dal filtro passa-basso si ottiene facilmente:

$$\begin{aligned} \langle V_I \rangle &= (1/T) \int_{t_1}^{t_1+T/2} V_{SM} \sin \omega_0 t dt = \\ &= (V_{SM}/T) [-\cos \omega_0 t / \omega_0]_{t_1}^{t_1+T/2} = (V_{SM}/\pi) \cos \Phi \end{aligned} \quad [1]$$

È evidente quindi che, affinché il nostro segnale possa essere rivelato, dovrà essere $\cos \Phi \neq 0$, ovvero $\Phi \neq (\pm \pi/2)$, perché altrimenti $\langle V_I \rangle$ si annulla indipendentemente dal valore di V_{SM} . Lo sfasamento dovrà essere poi costante se si vuole evitare ogni variazione della tensione in uscita che non sia dovuta a variazioni di V_{SM} , se cioè si vuole che la tensione all'uscita sia una fedele misura dell'ampiezza del solo segnale da rilevare.

Se invece si sa già che il segnale ha una ampiezza costante V_{SM} , e si è interessati alla relazione di fase che esso ha con il segnale di riferimento V_R la relazione [1] dimostra che il segnale in uscita dal filtro sincrono fornisce proprio una misura dello sfasamento Φ , e ciò spiega il nome "rilevatore a sensibilità di fase": se l'ampiezza del segnale V_{SM} è costante, la tensione all'uscita è proprio una funzione sinusoidale dello sfasamento tra V_S e V_R .

6) Un lock-in costituito da moltiplicatore e integratore

Analizziamo adesso un altro circuito, quello schematizzato in figura 4. Qui il blocco contrassegnato da una \times che sostituisce il deviatore dello schema precedente, è un moltiplicatore, cioè un dispositivo che fornisce all'uscita $V_1(t)$ una tensione proporzionale al prodotto delle tensioni $V_S(t)$ e $V_R(t)$ presenti ai due ingressi: $V_1(t) = kV_S(t)V_R(t)$. Spesso, nei moltiplicatori costituiti da circuiti integrati, il fattore k vale $1/10$, ma qui poniamo $k = 1$.

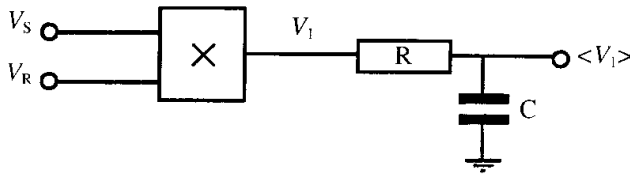


Fig. 4 - Il lock-in con moltiplicatore

Supponiamo che $V_S(t)$ e $V_R(t)$ siano due funzioni sinusoidali: $V_S(t) = V_{SM}\sin\omega_S t$ e $V_R(t) = V_{RM}\sin\omega_R t$. Allora vale la relazione

$$\begin{aligned} V_1(t) &= V_{SM}V_{RM}\sin\omega_S t \sin\omega_R t = \\ &= V_{SM}V_{RM}[\cos(\omega_S - \omega_R)t - \cos(\omega_S + \omega_R)t]/2 \end{aligned} \quad [2]$$

ove si sono sfruttate le formule trigonometriche di Werner.

Si vede che il segnale V_1 , all'uscita del moltiplicatore, ha due componenti le cui frequenze sono rispettivamente somma e differenza delle frequenze dei due segnali in ingresso.

Nel caso particolare in cui sia $\omega_S = \omega_R = \omega_0$, e vi sia uno sfasamento Φ tra i segnali in ingresso (5), si ottiene invece: $V_1(t) = V_{SM}V_{RM}[\cos\Phi - \cos(2\omega_0 t + \Phi)]/2$.

Ora al posto della componente a frequenza differenza si ha una componente a tensione continua ("frequenza zero") che dipende dallo sfasamento, mentre la componente a frequenza somma è la seconda armonica di ω_0 . All'uscita del filtro passa-basso, dimensionato in modo che sia $2\omega_0 \gg 1/RC$, si ha

$$\langle V_1 \rangle = (V_{SM}V_{RM}/2)\cos\Phi \quad [3]$$

Nella relazione [3] ritroviamo la stessa dipendenza da Φ che si ha nella [1], e in più qui l'uscita del lock-in dipende anche dall'ampiezza V_{RM} del segnale di riferimento. Qui non basta garantire stabilità alla *relazione di fase* tra V_S e V_R ma anche all'*ampiezza* della sinusoide di riferimento, se si vuole che $\langle V_1 \rangle$ dipenda solo dal valore di V_{SM} .

7) L'interruttore sincrono come moltiplicatore per onda quadra

Possiamo riesaminare il funzionamento del primo circuito pensando il deviatore come un moltiplicatore

del segnale V_S per un'onda quadra di ampiezza oscillante tra 0 e 1 (cioè per un segnale V_R che vale zero in un semiperiodo e uno nell'altro semiperiodo).

Un generico segnale periodico, con periodo $T = 2\pi/\omega_R$ può essere scomposto in serie di Fourier come:

$$V(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\omega_R t + \Phi_n) \quad [4]$$

ove a_0 è il valor medio e a_n sono i coefficienti opportuni.

Nel caso dell'onda quadra da noi considerata, $a_0 = 1/2$, i coefficienti pari sono tutti nulli e quelli dispari sono $a_n = 2/\pi n$. Quindi V_R può essere scritto:

$$\begin{aligned} V_R(t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left[\sin\omega_R t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} \sin 3\omega_R t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_R t + \dots \right] \end{aligned} \quad [5]$$

e il segnale $V_1(t)$ prodotto di $V_S(t)$ e $V_R(t)$ diventa:

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \frac{1}{2} V_{SM} \sin\omega_S t + \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} V_{SM} \sin\omega_S t [\sin[(2n-1)\omega_R t]/(2n-1)]. \end{aligned} \quad [6]$$

Se anche qui imponiamo che il segnale di riferimento V_R sia sincrono con V_S , cioè $\omega_R = \omega_S = \omega_0$, nella [6] resta solo un termine indipendente dal tempo (o a "frequenza zero"), quello originato nel prodotto tra V_S e la componente fondamentale di V_R . Questo termine è il solo che sopravvive dopo il filtro passa-basso e si ottiene di nuovo il risultato dato dalla [1], se si considera anche un possibile sfasamento Φ tra V_S e V_R .

Se ora supponiamo che il rumore V_N sommato a V_S abbia una *componente continua* V_{OS} , cioè sia $V_N + V_S = V_{OS} + V_N(t) + V_{SM}\sin\omega_0 t$ (V_{OS} è detto *offset*, o componente a "frequenza zero"), allora tale componente ricompare sommata all'uscita:

$$\langle V_1 \rangle = \frac{1}{2} V_{OS} + \frac{1}{\pi} V_{SM} \cos\Phi \quad [7]$$

Inoltre si vede dalla [6] che tutte le armoniche dispari $(2n-1)\omega_0$ di V_S danno un contributo a $\langle V_1 \rangle$, e la banda passante del lock-in, cioè lo spettro del segnale *misurato* da $\langle V_1 \rangle$, risulta quella descritta in figura 5.

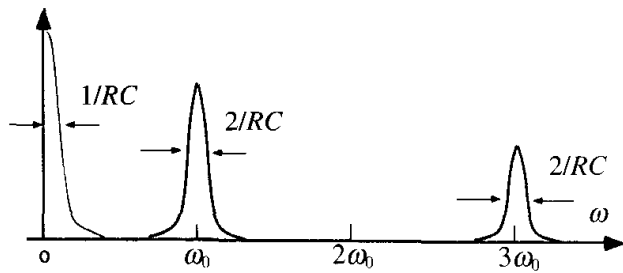


Fig. 5 - Banda passante di un lock-in con riferimento ad onda quadra

La larghezza $\Delta\omega$ delle bande passanti centrate a $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, \dots$ è fissata dalla costante di tempo RC del filtro passa-basso $\Delta\omega = 2/RC$. Ciò significa che le componenti del rumore V_N di pulsazione ω_i , tale che $|\omega_i - n\omega_0| < 1/RC$, con n dispari, provocano una modulazione della tensione continua $\langle V_i \rangle$ all'uscita, e quindi ricompaiono come rumore, anche se con uno spettro traslato a bassa frequenza.

Il lock-in con moltiplicatore a onda quadra in definitiva può essere visto come un parallelo di infiniti lock-in con moltiplicatore a onda sinusoidale, ciascuno dei quali ha per segnale di riferimento una armonica dispari del segnale da rivelare, di ampiezza linearmente decrescente con l'ordine dell'armonica.

Dato che il valore della costante di tempo RC del filtro passa-basso è limitata solo dalla necessità di ottenere tempi di risposta τ ragionevoli per il lock-in ($\tau \approx 5RC$ è il tempo impiegato dalla tensione in uscita per raggiungere valori praticamente uguali a quelli finali, a partire dall'istante in cui l'ampiezza del segnale V_S viene modificata) si possono usare valori di RC abbastanza grandi rispetto a $1/\omega_0$ e ottenere quindi per il fattore di qualità (6) $Q = \omega_0/\Delta\omega$ valori dell'ordine di 10^5 .

Fin qui abbiamo considerato di moltiplicare V_S per un'onda quadra che oscilla tra i valori 0 e 1 (questo è infatti il risultato dell'interruttore sincrono), ma possiamo pensare anche di moltiplicarla per un'onda quadra che oscilla tra -1 e $+1$ (usando ad esempio un amplificatore con guadagno che commuta tra -1 e $+1$ ad ogni semiperiodo). In questo caso nella relazione [4] si ha $a_0 = 0$ e $a_n = 4/\pi n$, e l'onda quadra è descritta da:

$$V_R(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin \omega_R t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_R t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_R t + \dots \right] \quad [8]$$

e il valor medio del prodotto $V_1(t) = V_S(t)V_R(t)$ diventa:

$$\langle V_1 \rangle = \frac{2}{\pi} V_{SM} \cos \Phi \quad [9]$$

Questa considerazione ci fa vedere come si possa modificare il circuito per ottenere l'eliminazione della banda a frequenza zero, così da *pulire* il segnale dalla indesiderata tensione di "offset" V_{OS} .

8) Il filtro sincrono

Un altro circuito, che è analogo a quelli fin qui esaminati, è il "filtro sincrono", rappresentato schematicamente in figura 6. Qui il segnale di riferimento V_R è ancora un'onda quadra, sincrona con il segnale da rivelare V_S , che pilota un deviatore tra due capacità uguali: la somma $V_S + V_N$, di segnale e rumore, viene cioè integrata separatamente nei due semiperiodi da due filtri passa-basso con la stessa costante di tempo RC .

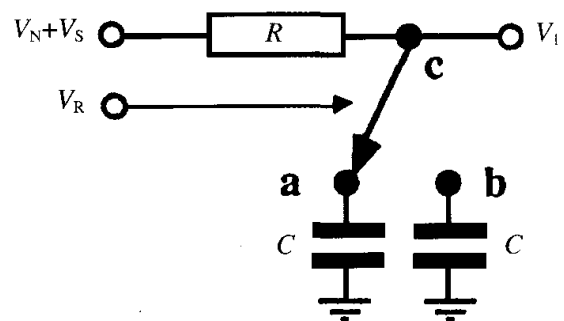


Fig. 6 - Filtro sincrono

Se V_R e V_S sono in fase, dopo un certo tempo, che è proporzionale a RC , i due condensatori saranno carichi rispettivamente alle tensioni $+(2/\pi)V_{SM}$ e $-(2/\pi)V_{SM}$ corrispondenti al valor medio di V_S su ciascun semiperiodo.

Il segnale all'uscita sarà quindi un'onda quadra con media nulla, sincrona con V_S , e di ampiezza picco-picco proporzionale al segnale da rivelare: $V_{1pp} = (4/\pi)V_{SM}$. Il rumore viene sostanzialmente mediato a zero come negli schemi precedenti.

L'utilità di questo circuito, che spesso viene impiegato insieme al lock-in, si capisce meglio se si considera che quando si deve rivelare un piccolo segnale nascosto da rumore, è necessario introdurre una fortissima amplificazione, e ciò può presentare alcuni inconvenienti che possono essere eliminati appunto usando un filtro sincrono.

Gli inconvenienti sono essenzialmente due:

- 1) gli amplificatori reali presentano all'uscita una tensione continua anche con segnale nullo all'ingresso (offset);
- 2) gli amplificatori reali hanno una zona lineare di ampiezza finita, cioè a guadagni troppo alti i segnali maggiori all'ingresso si presentano tagliati in uscita (saturazione) (7).

Il segnale da rilevare può essere molto minore dell'offset, e quindi se si usa un singolo amplificatore con guadagno elevato si può ottenere saturazione anche per effetto del solo offset.

Per ovviare a questo problema si adottano di solito, al posto di un singolo amplificatore con grande guadagno, più amplificatori in cascata accoppiati in a.c., ciascuno con guadagno limitato, e tali che il prodotto dei guadagni dei singoli stadi fornisca l'amplificazione desiderata. In questo modo l'offset introdotto da ogni stadio viene tagliato e non viene quindi amplificato agli stadi successivi (figura 7a).

In questa configurazione resta ancora il problema del rumore a.c., che può ancora produrre saturazione nell'ultimo stadio. Nello schema 7b questo inconveniente viene eliminato, filtrando il rumore con il lock-in all'uscita del preamplificatore (8); tuttavia, poiché il secondo stadio deve essere accoppiato in continua (l'uscita del lock-in è una tensione continua), se esso ha guadagno molto elevato introduce un grosso offset che non può più essere separato dal segnale.

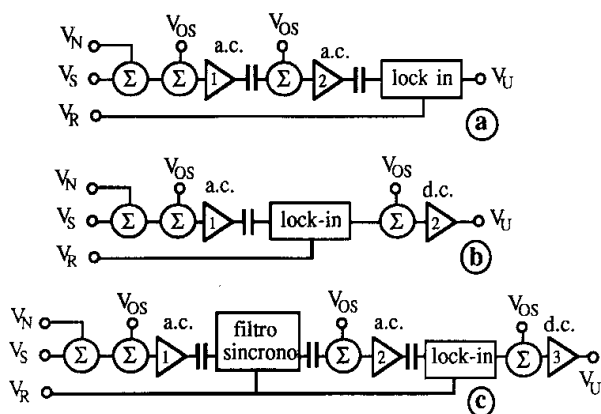


Fig. 7 - Tre schemi a blocchi di amplificatore lock-in

Nello schema di figura 7c, che utilizza un filtro sincrono dopo il preamplificatore, il rumore viene filtrato, e resta un segnale a.c., che può ancora essere molto amplificato dal secondo stadio, prima di essere rilevato dal lock-in, senza produrre saturazione e senza problemi di offset. Un ultimo stadio d.c. può amplificare il segnale all'uscita del lock-in. Questa è una configurazione che viene spesso adottata nei lock-in commerciali.

9) Alcuni semplici schemi pratici

Ora che abbiamo analizzato le caratteristiche essenziali che deve avere il nostro lock-in (figura 7c), possiamo provare a costruirne uno abbastanza semplice.

Cominciamo col prendere in considerazione un amplificatore che moltiplichi il segnale in ingresso per ± 1 in sincronia con il segnale di riferimento. Se per costruire questo amplificatore usiamo un operazionale, lo schema più semplice a nostra disposizione è quello riportato in figura 8a.

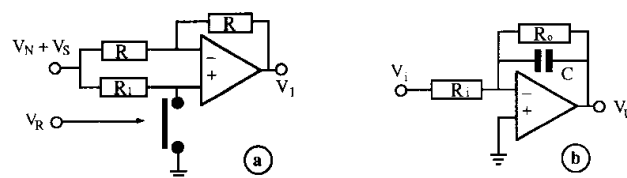


Fig. 8 - Schema di lock-in; a: amplificatore con guadagno ± 1 ; b: filtro attivo passa-basso

Questo schema, se l'operazionale è considerato ideale (9), funziona da invertente con l'interruttore chiuso e non invertente con l'interruttore aperto.

Per il filtro passa-basso possiamo adottare uno schema di filtro attivo come quello riportato in figura 8b che permette di introdurre una amplificazione d.c. direttamente in uscita. Per questo circuito infatti, la funzione di trasferimento è:

$$W(\omega) = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_o}{R_i} \frac{1}{1 + j\omega R_o C} \quad [10]$$

dove $-(R_o/R_i)$ è il guadagno in continua e $f_t = 1/(2\pi R_o C)$ è la frequenza di taglio.

Dobbiamo ora costruire un interruttore che sia comandato da V_R .

Il tipo di interruttore elettronico più semplice da usare è quello costituito da transistor MOSFET e che è commercializzato (10) con il nome di *analog-switch*: esso può essere schematizzato come una resistenza variabile che viene pilotata da un segnale di tensione inviato all'elettrodo di comando (gate), e presenta una resistenza dell'ordine di alcune decine di ohm se chiuso, e di alcuni M Ω se aperto. Si tratta di un interruttore molto rapido: il tempo di commutazione tipico è infatti dell'ordine del microsecondo.

Un problema che si può presentare con questo dispositivo è l'effetto di *crosstalk* (diafonia, interferenza) tra segnale di comando e segnale trasmesso dall'interruttore (11). Questo può essere sensibilmente ridotto usando un accoppiamento ottico, cioè usando un foto-transistor comandato da un diodo LED.

È ovvio infine come si possa ottenere il deviatore schematizzato in figura 6 per il filtro sincrono, usando due interruttori con un polo comune comandati in controfase (figura 9).

Nel filtro sincrono, conviene connettere gli interruttori verso massa, per ridurre l'offset dovuto all'asimmetria degli spikes indotti dalla V_R .

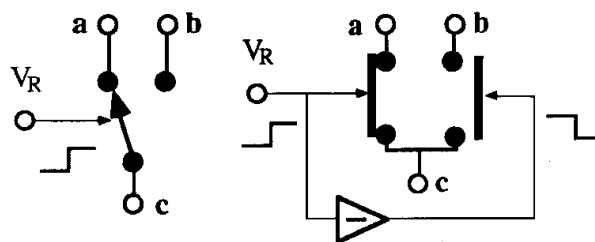


Fig. 9 - Schema per ottenere un deviatore usando due interruttori

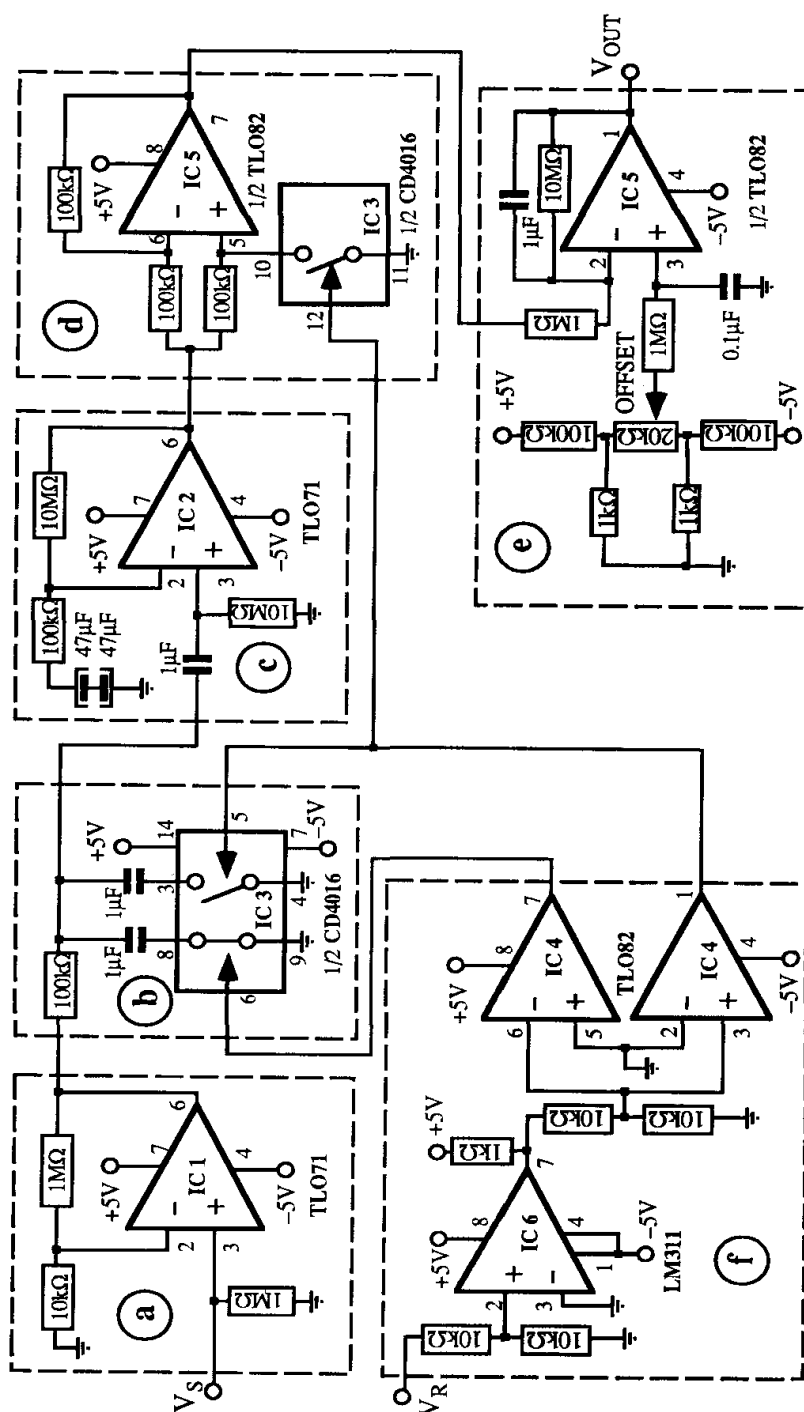


Fig. 10 - Schema completo di un lock-in. I riquadri tratteggiati individuano i diversi blocchi. **a**: preamplificatore; **b**: filtro sincrono; **c**: amplificatore a.c.; **d**: moltiplicatore; **e**: filtro passa-basso e amplificatore d.c.; **f**: doppio comparatore per pilotare il filtro sincrono e il moltiplicatore

In definitiva uno schema pratico per realizzare il circuito schematizzato a blocchi in figura 7c, può essere quello riportato in dettaglio in figura 10.

Ed ora alcuni commenti sui valori che si sono adottati per i componenti attivi e passivi in questo esempio.

Si utilizzano solo 6 integrati facilmente reperibili e poco costosi: IC1 e IC2 sono amplificatori operazionali a basso rumore, IC4 e IC5 sono operazionali duali, IC3 è un interruttore analogi-

co quadruplo (di cui si usano solo tre interruttori: due nel blocco **b** e uno nel blocco **d**; ingresso, uscita e controllo del quarto sono posti a massa) e IC6 un comune comparatore (con l'uscita a collettore aperto chiusa su un carico verso V^+).

Con i guadagni di preamplificatore, amplificatore a.c. e amplificatore d.c. posti rispettivamente a 100 ($=1\text{M}\Omega/10\text{k}\Omega$), 100 ($=10\text{M}\Omega/100\text{k}\Omega$) e 10 ($=10\text{M}\Omega/1\text{M}\Omega$), si ottiene un guadagno complessivo di 100.000 con cui si possono facilmente

rivelare segnali in ingresso di ampiezza compresa tra $1\mu\text{V}$ e $50\mu\text{V}$. Il circuito qui descritto non è adatto a rivelare con accuratezza segnali più piccoli che diventano confrontabili con il disturbo introdotto dall'effetto degli spikes di crosstalk.

Se si vogliono rivelare anche segnali più grandi (ad esempio fino a 5 mV , per evitare le condizioni di saturazione, conviene ridurre il guadagno degli amplificatori d.c. ($G = 10$) e a.c. ($G = 1$), lasciando invariato il guadagno del preamplificatore.

Nello schema di figura 10 si sono impiegati filtri RC con costanti di tempo adeguate ad una frequenza di lavoro $f = 30\text{ Hz}$ (per evitare l'interferenza di rete a 50 Hz e le armoniche superiori): il filtro sincrono è stato calcolato per $Q \approx 10$ ($RC = 0.1\text{ s}$, $Q = \pi RCf$), e il filtro passa-basso è stato dimensionato per fornire una costante di tempo $RC = 10\text{ s}$, corrispondente ad un $Q = 1000$ alla frequenza di lavoro.

La costante di tempo più grande tra le due è quella che fissa il tempo di risposta dello strumento a variazioni di ampiezza del segnale in ingresso: un tempo di risposta dell'ordine di qualche secondo è adatto alla maggior parte di utilizzazioni.

Lo schema proposto in figura 10 funziona correttamente per frequenze comprese tra pochi Hertz e qualche centinaio di Hertz: il limite inferiore è posto dalla costante di tempo più piccola, che deve rispettare la disuguaglianza $RC \gg 1/(2\pi f)$, in modo da mantenere trascurabili gli sfasamenti. Il limite superiore dipende invece dalla durata dei tempi di commutazione degli interruttori e dall'effetto degli spikes prodotti dalla commutazione: entrambi gli effetti si fanno maggiormente sentire al crescere della frequenza.

Il circuito va calibrato azzerando l'offset all'uscita dell'amplificatore finale con l'ingresso del preamplificatore a massa: in tal modo si elimina sia l'effetto degli offset di IC3 e IC5 che il contributo d.c. dovuto alla asimmetria degli spikes.

La taratura e la verifica di linearità possono essere più facilmente eseguite adottando un partitore capacitivo per iniettare il segnale sinusoidale, utilizzato come riferimento, attenuato di un fattore $(C_1/C_1+C_2) = 10^5$ all'ingresso, secondo lo schema illustrato in figura 11a.

Una applicazione dimostrativa, che si presta a moltissime diverse utilizzazioni, è infine mostrata in figura 11b: la rivelazione del segnale residuo al bilanciamento di un ponte.

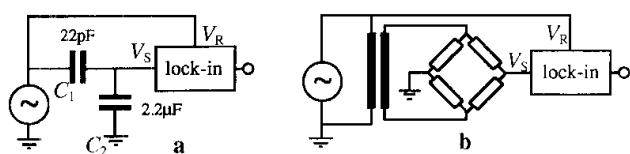


Fig. 11.a) Attenuatore capacitivo per la taratura. b) schema a blocchi per la rivelazione del segnale di "azzeramento" di un ponte.

Dato che il semplice schema di lock-in qui descritto ha un ingresso unipolare, conviene alimentare il ponte tramite un trasformatore (ad esempio con rapporto-spire unitario) e porre a massa una delle due uscite del ponte. In questo modo non è più necessario l'impiego di un preamplificatore differenziale con elevato valore di reiezione di modo comune all'uscita del ponte, e come segnale di riferimento si può semplicemente usare la tensione di alimentazione del trasformatore.

Note

- (1) Per una trattazione semplice di questo metodo si veda ad esempio G. Greco e C. Mazzocco *Elettronica e microprocessori*, Patron Editore, Bologna (1992), Appendice 3A.
- (2) Il termine un po' vago "rapporto tra segnali" è qui usato in modo non del tutto appropriato perché lascia intendere un rapporto tra le ampiezze, che non tiene conto della relazione di fase tra ingresso e uscita. Per essere più precisi si dovrebbe ricorrere alla descrizione di segnali in notazione complessa, e allora il rapporto tra le ampiezze corrisponde al modulo di $W(\omega)$.
- (3) Spesso nella trattazione dei filtri anziché $W(\omega)$ si usa il suo reciproco $A(\omega) = V_i/V_o$, che viene definito *attenuazione* e misurato in unità logaritmiche (decibel): $\text{Adb} = 20 \log_{10} |V_i/V_o|$. Nei filtri attivi può essere ovviamente $\text{Adb} < 0$.
- (4) Ciò è vero in sostanza se il rumore V_N è trascurabile a bassa frequenza, ovvero se si esegue la media su un tempo che superi abbondantemente il reciproco della frequenza più bassa del rumore. Questa ipotesi cade ovviamente per componenti di rumore a frequenza prossima allo zero (*flicker noise* o derivate termiche...).
- (5) Cioè $V_S(t) = V_{SM}\sin(\omega_S t)$ e $V_R(t) = V_{RM}\sin(\omega_R t + \Phi)$, con $\omega_S = \omega_R$: per $\omega_S \neq \omega_R$ non si può infatti definire uno sfasamento.
- (6) Ad esempio se $f = \omega_0/2\pi \approx 10\text{ kHz}$, basta avere $RC = 10\text{ s}$ per ottenere $Q > 10^5$.
- (7) Se ad esempio il guadagno è G e la tensione di alimentazione è V_{CC} , la massima ampiezza del segnale in ingresso che non satura l'uscita è $V_i = V_{CC}/G$.
- (8) Un preamplificatore è di solito necessario perché il lock-in non lavora bene con segnali troppo deboli.
- (9) In un operazionale ideale si possono sopporre infinite le amplificazioni ad anello aperto $\pm A$ del canale non invertente e invertente, e nulle le correnti di polarizzazione. Per una spiegazione un po' più dettagliata del funzionamento degli amplificatori operazionali si veda ad esempio G. Torzo, *Capire e sperimentare gli amplificatori operazionali*, Decibel-Zanichelli, Bologna (1992).

- (10) Ne esistono vari modelli, di solito a doppio o quadruplo interruttore, ad esempio CD4016, DG201, LF11201, SW201, HI201.
- (11) Si tratta per lo più impulsi (*spikes*) dovuti ai fronti molto ripidi del segnale di comando che, derivati per

effetto delle capacità parassite, vengono a sovrapporsi al segnale di uscita. Se gli impulsi positivi hanno ampiezza diversa da quelli negativi, avremo all'uscita del filtro un contributo spurio (*offset*) che si sommerà al segnale vero e proprio.

Cristoforo Colombo, il cannocchiale e la pubblicità

“Circa dieci mesi fa giunse alle nostre orecchie la voce che un certo Fiammingo aveva fabbricato un occhiale, mediante il quale gli oggetti visibili, per quanto molto distanti dall'occhio dell'osservatore, si vedevano distintamente come fossero vicini; e di questo effetto, davvero mirabile, si raccontavano alcune esperienze, alle quali chi prestava fede, chi le negava...” (1).

Così scriveva Galileo nel “Sidereus Nuncius” nel marzo 1610. L'invenzione dello strumento non risale molto più indietro nel tempo (2). Certamente non era a disposizione di Cristoforo Colombo nel 1492 quando si avventurò nel viaggio verso l'America.

Il 7 maggio 1992 compare sul “Corriere della sera” una pubblicità in doppia pagina: a sinistra Cristoforo Colombo che scruta l'orizzonte col cannocchiale, a destra una famiglia che guarda lontano, verso un ... supermercato di mobili.

Riflettendo sulla clamorosa svista ho pensato: è solo pubblicità, non ha certo pretesa di verità storica. Ma poi mi è sorto un dubbio: un errore grammaticale o di ortografia è accettabile solo perché compare in un testo pubblicitario e non in un'opera letteraria? Certamente no, perché allora lo dovrebbe essere un errore storico?

Inoltre, se un disegno pubblicitario raffigurasse un uomo primitivo alla guida di un'automobile tutti si accorgerebbero della finzione. Ma in questo caso? Ho svolto una piccola indagine sottoponendo le pagine all'attenzione dei miei ragazzi di Liceo scientifico; mostravo loro il giornale chiedendo se notavano qualcosa di strano nelle immagini. Nella classe quarta – si era da poco parlato di Galileo e del cannocchiale – hanno colto immediatamente l'incongruenza; nella prima e nella seconda è passato qualche minuto prima che a qualcuno sorgesse il dubbio; nella classe terza proprio nessuno si è accorto dell'errore.

Mi piace concludere con il dubbio che hanno espresso alcuni ragazzi: l'ideatore della pubblicità era consapevole dell'errore o lui stesso era convinto che Cristoforo Colombo possedesse il cannocchiale?

Giovanni Pezzi
Faenza

(1) G. GALILEI, *Opere*, Torino, UTET, 1980, vol. I, p. 278.

(2) Si veda: V. RONCHI, *Galileo e il suo cannocchiale*, Torino, Boringhieri, 1964, cap. II.



Il 12 ottobre 1492
Cristoforo Colombo
scopre l'America.